Ayudantía 2

• Encontrar las trayectorias extremales de:

$$\mathcal{J}(y) = \int_{-1}^{1} y dx$$

con condiciones de frontera $y(-1) = 1$, $y(1) = 0$ y sujeto a

$$\int_{-1}^{1} (y + \frac{1}{2}(y')^2) dx = 0$$

• Considere el problema:

$$\mathcal{J}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} ((y')^2) + x^2y^2) dx$$

sujeto a

$$\mathcal{J}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} y^2 dx = 1$$

Encuentre los extremales para funciones que cumplen $\lim_{x\to\infty} xy^2 = \lim_{x\to-\infty} xy^2 = 0$. Si bin resolver las ecuaciones E-L. en este caso traen mucha dificultad, se puede encontrar el mínimo de una forma más creativa. Verifique que el mínimo encontrado de esta última forma resuelve E-L tal como debiese ser (E-L para problemas con restricciones).

• Derivar las ecuaciones de Euler-Lagrange para problemas de minimización del estilo:

$$\mathcal{J}[y_1, y_2] = \int_{a}^{b} F(x, y_1, y_2, y_1', y_2') dx$$

Para problemas con extremos fijos.

• Encontrar la curva plana, suave que máximiza el area que encierra para un perimitro dado. Esto se resume a parametrizar curvas en la forma $r(t) = (x(t), y(t))$, probar usando Teorema de Green que el area viene dada por:

$$A = \int_{a}^{b} (x\dot{y} - y\dot{x}) dt$$

y además el perímetro o longitud de arco es:

$$L = \int_{a}^{b} ||r'|| dt$$

Plantear el correcto problema de maximización indicando que valores se pueden escoger para a, b y donde situar los extremos de las curvas. Se puede suponer por ejemplo que $a = 0$, $b = 1$ y que los extremos de la curva están situados en el origen?.Finalmente pruebe que dicha curva es un circulo.

• Derivar las ecuaciones de Euler-Lagrange para problemas de minimización del estilo:

$$\mathcal{J}[y] = \int_{a}^{b} F(x, y, y', y'') dx$$

Para extremos fijos tanto en la función como en la derivada.

• Encuentre los extremales de:

$$\mathcal{J}[y] = \int_{1}^{2} x^4 (y'')^2 dx$$

con condiciones $y(1) = 1$,$y(2) = \frac{1}{4}$, $y'(1) = -2$, $y'(2) = -\frac{1}{4}$